

团 体 标 准

T/ZSA 266-2024

CPU 并行整数线性规划求解器

CPU parallel integer linear programming solver

2024-11-21 发布

2024-11-22 实施

中关村标准化协会 发布

目 次

前 言	II
1 范围	1
2 术语和定义	1
3 技术要求	1
3.1 可行解生成能力	1
3.2 高质量解生成能力	2
3.3 输入输出支持能力	2
3.4 问题规模支持能力	3
3.5 误差控制能力	3
4 测试方法	3
4.1 测试环境	3
4.2 可行解生成能力测试	4
4.3 高质量解生成能力测试	4
4.4 输入输出支持能力测试	4
4.5 问题规模支持能力测试	4
4.6 误差控制能力测试	4
5 检测结果	4
附 录 A (资料性) 测试实例最优已知解	5
附 录 B (规范性) 测试实例	7
参 考 文 献	9

前 言

本文件按照GB/T 1.1—2020《标准化工作导则 第1部分：标准化文件的结构和起草规则》的规定起草。

本文件由中关村标准化协会人工智能分技术委员会提出并归口。

本文件起草单位：晞德求索（北京）科技有限公司、北京航空航天大学、吉林大学、东北师范大学、上海久章智能科技有限公司、中关村标准化协会。

本文件主要起草人：林锦坤、罗川、张立明、王艺源、张新杰、慕超。

CPU 并行整数线性规划求解器

1 范围

本文件规定了CPU并行整数线性规划求解器的技术要求和测试方法。

本文件适用于需要利用CPU多核特性来有效求解大规模整数线性规划问题的软件工具（以下简称“求解器”）的设计、开发及验收。

2 术语和定义

下列术语和定义适用于本文件。

2.1

整数线性规划问题 integer linear programming problem

一种优化问题，其目标是最大化或最小化线性目标函数，同时满足一组线性约束条件，且所有变量都限制为整数值。

2.2

CPU 并行整数线性规划求解器 CPU parallel integer linear programming solver

一种利用CPU的多核和多线程能力来加速整数线性规划问题求解的软件工具。

2.3

可行解 feasible solution

在整数线性规划问题中，满足所有约束条件的解。

2.4

高质量解 high quality solution

在整数线性规划问题中，目标函数接近最优的可行解。

3 技术要求

3.1 可行解生成能力

可行解生成能力为在有限的时间内找到可行解的能力。可行解生成能力指标满足表1要求。

表 1 可行解生成能力指标

实例类型	线程数	实例数	可解实例数
常规实例	单线程	112个	≥80个
	32线程		≥81个
	64线程		≥82个
大规模实例	单线程	9个	≥1个
	32线程		≥2个
	64线程		≥3个

注1：可解实例数表示求解器成功获得可行解的实例个数。

注2：常规实例是指变量数少于100万的问题实例，大规模实例则是指变量数为100万及以上的问题实例。

注3：实例选取自于MIPLIB 2003、MIPLIB 2010和 MIPLIB 2017的数据集中标记为困难和未解决的具有可行解的整数线性规划实例，总共121个实例，包括常规实例112个，大规模实例9个。

注4：为确保在实际应用场景中，特别是对于需要实时决策的场景，求解器提供优化方案的能力，设定运行时间常规实例最多10秒，大规模实例最多60秒。

3.2 高质量解生成能力

对求解过程中目标函数值与最优已知解之间的差距的绝对值进行积分，并除以求解时间，得到整个求解过程的平均质量，用 $\frac{P(T)}{T}$ 表示，其中 $P(T)$ 的计算方法见公式(1)~公式(3)。

$$\gamma(\tilde{\mathbf{x}}) = \begin{cases} 0, & \text{if } |\mathbf{c}^\top \tilde{\mathbf{x}}_{opt}| = |\mathbf{c}^\top \tilde{\mathbf{x}}| = 0 \\ 1, & \text{if } \mathbf{c}^\top \tilde{\mathbf{x}}_{opt} \cdot \mathbf{c}^\top \tilde{\mathbf{x}} < 0, \\ \frac{|\mathbf{c}^\top \tilde{\mathbf{x}}_{opt} - \mathbf{c}^\top \tilde{\mathbf{x}}|}{\max\{|\mathbf{c}^\top \tilde{\mathbf{x}}_{opt}|, |\mathbf{c}^\top \tilde{\mathbf{x}}|\}}, & \text{else.} \end{cases} \dots\dots\dots(1)$$

$$p(t) = \begin{cases} 1, & \text{如果到时刻 } t \text{ 为止没有找到可行解} \\ \gamma(\tilde{\mathbf{x}}(t)), & \text{否则 } \tilde{\mathbf{x}}(t) \text{ 是到时刻 } t \text{ 为止找到的最优的解} \end{cases} \dots\dots\dots(2)$$

$$P(T) = \int_{t=0}^T p(t)dt = \sum_{i=1}^I p(t_{i-1}) \cdot (t_i - t_{i-1}) \dots\dots\dots(3)$$

式中：

- $\tilde{\mathbf{x}}_{opt}$ ——截止至 2023 年 12 月 1 日为止，实例最优已知解，见附录 A；
- $\gamma(\tilde{\mathbf{x}}(t))$ ——到时刻 t 为止，求解器所找到的最优解与实例最优已知解的差距函数；
- T ——所设定的运行截止时间；
- t_i —— $t_i \in [0, T], i \in 1, \dots, I-1$ 是求解器找到更优解的时刻。

高质量解生成能力指标满足表2要求。

表 2 高质量解生成能力指标

实例类型	线程数	实例数	$\frac{P(T)}{T}$
常规实例	单线程	112个	≤ 0.650
	32线程		≤ 0.560
	64线程		≤ 0.550
大规模实例	单线程	9个	≤ 0.870
	32线程		≤ 0.860
	64线程		≤ 0.840

3.3 输入输出支持能力

求解器支持MPS格式文件输入及编程API接口输入，且按规范输出结果。

3.3.1 MPS 格式输入支持能力

MPS 格式包括固定格式和自由格式。

- a) 固定格式：各种字段从文件中的固定列开始。行名和列名应是 8 个字符，空格为名称的一部分。
 - b) 自由格式：字段之间用空格字符分隔。名称可以任意长，但不能包含空格。
- 求解器可以读取这两种MPS类型，并自动识别它们的格式。

3.3.2 API 接口输入支持能力

求解器应支持以下API接口输入支持功能：

- a) 提供配置环境信息的类，用于设置求解器参数，如求解终止时间，线程等；
- b) 提供模型类，支持添加变量、添加约束、求解模型等；
- c) 提供变量类，用于描述变量；
- d) 提供约束类，用于描述约束；
- e) 提供线性表达式类，用于描述线性表达式。

3.3.3 输出支持能力

对于求解器成功找到可行解的问题实例，求解器的输出包括目标函数的数值及每个变量相应的赋值。其中，对于赋值为零的变量，可选择不输出其值以简化结果。

3.4 问题规模支持能力

求解器应支持至少1亿级别变量的输入，在求解过程中求解器正常运行，不发生崩溃退出的情况。

3.5 误差控制能力

求解器求解结果应能有效控制误差，多次运行结果的目标值之间误差应不超过 $\pm 10^{-12}$ 。

4 测试方法

4.1 测试环境

4.1.1 测试服务器

测试服务器须至少满足以下要求：

- a) CPU：128个物理核心；
- b) 内存：1TB。

测试试验使用服务器参考配置如下：

- a) AMD EPYC 7763 CPU @ 2.45GHz；
- b) 128 个物理核心、1TB 内存；
- c) Ubuntu 20.04 Linux 操作系统。

4.1.2 机器性能基准实例

使用来自DIMACS的9个实例，分别为：

- a) e18.stp；
- b) i640-341.stp；
- c) fnl4461fst.stp；
- d) world666.stp；
- e) cc3-12p.stp；
- f) alue7080.stp；
- g) alut2625.stp；
- h) es10000fst01.stp；
- i) lin37.stp。

4.1.3 基准代码

使用来自DIMACS的基准代码dimbench.cpp。

4.1.4 时间换算

通过在机器性能基准实例中运行基准代码，本文件测试试验所使用服务器的机器分数为：519.4分。不同服务器的时间换算方法如下：

- a) 创建一个临时文件夹/目录（以下称为“temp”）；
- b) 解压机器性能基准实例集，并将实例复制到 temp；
- c) 使用编译器编译基准代码，编译时开启全面优化，并将可执行文件保存到 temp；
- d) 运行可执行文件（不带参数，在 temp 内），得到一个分数 score；
- e) 计算步骤 d) 的分数 score 与本标准所使用的服务器的分数 519.4 的比例 $k = \frac{score}{519.4}$ ，按照本文件在该服务器上评估求解器性能时，常规实例和大规模实例的运行时间分别设定为 $\frac{10}{k}$ 秒和 $\frac{60}{k}$ 秒。

4.2 可行解生成能力测试

对于测试实例集中的每一个实例，分别使用如下设置运行求解器，并统计求解器获得可行解的实例数量。

- a) 对于每一个常规实例，分别使用单线程、32 线程和 64 线程运行求解器 10 秒。统计在该时间内求解器成功获得可行解的实例数量。
- b) 对于每一个大规模实例，分别使用单线程、32 线程和 64 线程运行求解器 60 秒。统计在该时间内求解器成功获得可行解的实例数量。

注：测试实例见附录B，附录表格中说明了实例的变量数量、约束数量，一般变量数量与约束数量越大，实例越难被求解。

4.3 高质量解生成能力测试

对于测试实例集中的每一个实例，分别使用如下设置运行求解器，并计算求解器在该实例上的 $\frac{P(T)}{T}$ ：

- a) 对于每一个常规实例，分别使用单线程、32 线程和 64 线程运行求解器 10 秒，并计算求解器在该时间内的 $\frac{P(T)}{T}$ 。
- b) 对于每一个大规模实例，分别使用单线程、32 线程和 64 线程运行求解器 60 秒，并计算求解器在该时间内的 $\frac{P(T)}{T}$ 。

4.4 输入输出支持能力测试

- a) 通过求解器提供的 API 接口，设置环境参数、添加变量和约束，并使用线性表达式进行建模，最终顺利完成求解过程。
- b) 求解器能够读取所有测试实例集中的 MPS 文件，并执行求解。
- c) 对于求解器能够成功找到可行解的问题实例，输出目标函数的数值和每个变量相应的赋值。其中，对于赋值为零的变量，可以不输出其值以简化结果。

4.5 问题规模支持能力测试

使用求解器提供的API接口，建立变量数超过1亿的数学模型然后求解，求解过程中程序正常运行，不发生内存溢出、程序崩溃的情况。

4.6 误差控制能力测试

重复执行求解测试集中的每个实例10次，每次求解结果的目标值之间的差值不超过 $\pm 10^{-12}$ 。

5 检测结果

求解器在满足环境配置，并按要求进行测试，达到以下结果视为通过：

- a) 求解器在可行解生成能力和高质量解生成能力测试中达到本文件 3.1 和 3.2 中设定的性能指标；
- b) 求解器顺利通过输入输出支持能力测试和问题规模支持能力测试；
- c) 误差控制能力测试的结果误差未超过允许范围。

附录 A
(资料性)
测试实例最优已知解

A.1 实例最优已知解

测试用实例最优已知解见表A.1。

表 A.1 实例最优已知解

序号	实例名称	目标值	序号	实例名称	目标值
1	2club200v15p5scn.mps	-70	49	neos-4360552-sangro.mps	-8
2	a2864-99blp.mps	-257	50	neos-4531126-vouga.mps	525053.609
3	academicmetablebig.mps	427	51	neos-4954274-beardy.mps	20946.48
4	bab1.mps	-218764.89	52	neos-954925.mps	-237.76889
5	bab2.mps	-357544.31	53	ns1828997.mps	8
6	bab3.mps	-656214.95	54	ns1853823.mps	NA
7	bab6.mps	-284248.23	55	ns1854840.mps	NA
8	bley_xs1.mps	3940855.47	56	ns894236.mps	NA
9	bley_xs1noM.mps	3873690.77	57	ns894786.mps	NA
10	cdc7-4-3-2.mps	-294	58	nu120-pr3.mps	28130
11	circ10-3.mps	280	59	nursesched-medium-hint03.mps	115
12	comp12-2idx.mps	291	60	opm2-z10-s4.mps	-33269
13	comp21-2idx.mps	74	61	opm2-z12-s14.mps	-64291
14	d10200.mps	12430	62	opm2-z12-s7.mps	-65514
15	d20200.mps	12240	63	opm2-z12-s8.mps	-58540
16	datt256.mps	NA	64	p6b.mps	-63
17	ds.mps	93.52	65	pb-gfrd-pnc.mps	8890
18	ds-big.mps	195.498997	66	pb-grow22.mps	-415243
19	ex1010-pi.mps	235	67	pb-market-split8-70-4.mps	NA
20	f2000.mps	1810	68	pb-simp-nonunif.mps	NA
21	fhnw-sq2.mps	0	69	proteindesign121hz512p19.mps	3382
22	graph20-80-1rand.mps	-6	70	proteindesign121hz512p9.mps	1473
23	graph40-20-1rand.mps	-15	71	protfold.mps	-31
24	graph40-40-1rand.mps	-9	72	pythago7824.mps	0
25	graph40-80-1rand.mps	-7	73	pythago7825.mps	NA
26	hanoi5.mps	1931	74	queens-30.mps	-40
27	highschool1-aigio.mps	0	75	rail03.mps	-867.09397
28	ivu06.mps	142.86	76	ramos3.mps	192
29	ivu06-big.mps	140.74	77	reblock354.mps	-39280521
30	ivu59.mps	931	78	rmine10.mps	-1914
31	kosova1.mps	293	79	rmine11.mps	-2508.4041
32	kottenpark09.mps	1715	80	rmine13.mps	-3495.3707
33	lectsched-1-obj.mps	NA	81	rmine14.mps	NA
34	methanosarcina.mps	NA	82	rmine15.mps	-5018.82
35	neos-2974461-ibar.mps	468906175	83	rmine21.mps	-10618.751
36	neos-3068746-nene.mps	61910283.7	84	rmine25.mps	-15541.669
37	neos-3214367-sovi.mps	179965	85	rococoC11-010100.mps	20889
38	neos-3237086-abava.mps	0	86	rococoC12-010001.mps	34045
39	neos-3322547-alsek.mps	400	87	rococoC12-111000.mps	NA
40	neos-3355120-tarago.mps	-11115966	88	s100.mps	-0.1697235
41	neos-3355323-arnon.mps	NA	89	s1234.mps	29
42	neos-3426085-ticino.mps	225	90	scpj4scip.mps	128
43	neos-3426132-dieze.mps	407	91	scpk4.mps	321
44	neos-3530905-gaula.mps	159	92	scpl4.mps	262
45	neos-3594536-henty.mps	401224	93	scpm1.mps	544
46	neos-3603137-hoteo.mps	NA	94	scpn2.mps	490
47	neos-3682128-sandon.mps	34666770	95	seymour.mps	423

序号	实例名称	目标值	序号	实例名称	目标值
48	neos-4165869-wannon.mps	293	96	seymour-disj-10.mps	287

表 A. 1 (续)

97	sorrell3.mps	-16	110	supportcase30.mps	NA
98	sorrell4.mps	-24	111	t1717.mps	158260
99	sorrell7.mps	-197	112	t1722.mps	109137
100	sp97ar.mps	660706000	113	tokyometro.mps	8263.1
101	splice1k1.mps	-394	114	tw-myciel4.mps	10
102	stp3d.mps	493.71965	115	usafa.mps	160.167136
103	sts405.mps	NA	116	v150d30-2hopeds.mps	41
104	sts729.mps	NA	117	wnq-n100-mw99-14.mps	259
105	supportcase10.mps	7	118	woodlands09.mps	0
106	supportcase19.mps	12677206	119	z26.mps	-1192
107	supportcase2.mps	65	120	zib01.mps	NA
108	supportcase22.mps	117	121	zib02.mps	NA
109	supportcase3.mps	0			

附录 B
(规范性)
测试实例

B.1 测试实例

测试实例见表B.1。

表 B.1 测试实例

序号	实例名称	变量数量	约束数量	序号	实例名称	变量数量	约束数量
1	d10200	2000	947	44	graph40-40-lrand	102600	360900
2	lectsched-1-obj	28718	50108	45	graph40-80-lrand	283648	1050112
3	methanosarcina	7930	14604	46	hanoi5	3862	16399
4	ns1853823	213440	224526	47	highschool1-aigio	320404	92568
5	ns1854840	135754	143616	48	ivu06-big	2277736	1177
6	ns894236	9666	8218	49	ivu06	787239	1177
7	ns894786	27278	16794	50	ivu59	2569996	3436
8	nul20-pr3	8601	2210	51	kosoval	614253	304931
9	opm2-z12-s14	10800	319508	52	kottenpark09	2893026	325547
10	opm2-z12-s7	10800	319508	53	neos-2974461-ibar	214730	214107
11	p6b	462	5852	54	neos-3068746-nene	4890	4664
12	pb-simp-nonunif	23848	1451912	55	neos-3214367-sovi	4318	7244
13	protfold	1835	2112	56	neos-3237086-abava	50192	69472
14	rmine10	8439	65274	57	neos-3322547-alsek	1001000	2000
15	rmine14	32205	268535	58	neos-3355120-tarago	7800	86633
16	rococoC12-111000	8619	10776	59	neos-3355323-arnon	10248	21216
17	seymour-disj-10	1209	5108	60	neos-3426085-ticino	4688	308
18	sts405	405	27270	61	neos-3426132-dieze	11550	570
19	sts729	729	88452	62	neos-3530905-gaula	2090	200
20	zib01	12471400	5887041	63	neos-3594536-henty	22924	21280
21	zib02	37709944	9049868	64	neos-3603137-hoteo	4003	10510
22	2club200v15p5scn	200	17013	65	neos-3682128-sandon	7880	14920
23	a2864-99blp	200787	22117	66	neos-4165869-wannon	31728	85865
24	academictimetablebig	168974	167661	67	neos-4360552-sangro	10272	46012
25	bab1	61152	60680	68	neos-4531126-vouga	169996	7694
26	bab2	147912	17245	69	neos-4954274-beardy	12865	17359
27	bab3	393800	23069	70	neos-954925	84718	2989
28	bab6	114240	29904	71	ns1828997	27275	81725
29	bley_xsl	3243	3290	72	nursesched-medium-hint03	34248	14062
30	bley_xslnoM	3243	3290	73	opm2-z10-s4	6250	160633
31	cdc7-4-3-2	11811	14478	74	opm2-z12-s8	10800	319508
32	circ10-3	2700	42620	75	pb-gfrd-pnc	27888	874
33	comp12-2idx	11863	16803	76	pb-grow22	25124	1320
34	comp21-2idx	10863	14038	77	pb-market-split8-70-4	71	17
35	d20200	4000	1502	78	proteindesign121hz512p19	2589931	301
36	datt256	262144	11077	79	proteindesign121hz512p9	159145	301
37	ds-big	174997	1042	80	pythago7824	3740	14652
38	ds	67732	656	81	pythago7825	3745	14672
39	ex1010-pi	25200	1468	82	queens-30	900	960
40	f2000	4000	10500	83	rail03	758775	253905
41	fhnw-sq2	650	91	84	ramos3	2187	2187
42	graph20-80-lrand	16263	55107	85	reblock354	3540	19906

序号	实例名称	变量数量	约束数量	序号	实例名称	变量数量	约束数量
43	graph40-20-1rand	31243	99067	86	rmine11	12292	97389

表 B.1 (续)

87	rmine13	23980	197155	105	splice1k1	3253	6505
88	rmine15	42438	358395	106	stp3d	204880	159488
89	rmine21	162547	1441651	107	supportcase10	14770	165684
90	rmine25	326599	2953849	108	supportcase19	1429098	10713
91	rococoC11-010100	12321	4010	109	supportcase22	7129	260602
92	rococoC12-010001	16741	4636	110	supportcase2	2912	597385
93	s100	364417	14733	111	supportcase30	1024	1028
94	s1234	2945	8418	112	supportcase3	4191	12702
95	scpj4scip	99947	1000	113	t1717	73885	551
96	scpk4	100000	2000	114	t1722	36630	338
97	scpl4	200000	2000	115	tokyometro	4537	7719
98	scpml	500000	5000	116	tw-myciel4	760	8146
99	scpn2	1000000	5000	117	usafa	228648	1377561
100	seymour	1372	4944	118	v150d30-2hopcds	150	7822
101	sorrell3	1024	169162	119	wnq-n100-mw99-14	10000	656900
102	sorrell4	2048	504451	120	woodlands09	382147	194599
103	sorrell7	2048	78848	121	z26	17937	850513
104	sp97ar	14101	1761				

参 考 文 献

- [1] Berthold, Timo. "Measuring the impact of primal heuristics." Operations Research Letters 41, no. 6 (2013)
-

全国团体标准信息平台